



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

Факультет «Авиастроение»

Кафедра «Техническая эксплуатация летательных аппаратов и наземного оборудования»

Модели и методы планирования экспериментов

*Методические указания к контрольной работе
магистрантов заочной формы обучения
направления подготовки*

*25.04.01 «Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей»
программа «Техническая эксплуатация авиационной техники»*

Ростов-на-Дону
2025

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, теоретические зависимости, связывающие входные параметры того или иного процесса, которые на него влияют (факторы) и выходные параметры процесса (функции отклика), достаточно «сложно» получать, если одновременно учитывается большое число факторов. Поэтому на практике широко применяются методы планирования эксперимента и обработки экспериментальных данных, которые, вероятно, еще долго будут использоваться при исследовании различных процессов, что обуславливается сложностью, многообразием и в определенном смысле «неоднозначностью» физических явлений и их последствий для многих реальных процессов, например, при выглаживании деталей машин.

Следовательно, для реальных производственных условий, во многих случаях, быстрее и дешевле воспользоваться традиционными способами получения эмпирических формул, чем разрабатывать теоретические модели или хотя бы теоретико-экспериментальные.

Исходя из вышесказанного, целью контрольных заданий является обучение студентов применению математического аппарата обработки экспериментальных данных при достаточно распространенном многофакторном планировании экспериментов первого порядка.

На примере процесса выглаживания приводятся данные, отражающие количественные связи между режимами и условиями выглаживания и параметрами качества поверхностного слоя выглаженных деталей. При этом в зависимости от номера задания, рассматривается обработка данных полного факторного эксперимента или дробного факторного эксперимента.

В ходе выполнения контрольных заданий студенты должны определить коэффициенты уравнения регрессии и проверить адекватность уравнения регрессии.

Математический аппарат, необходимый для решения поставленной задачи, приведен в работе [1].

Задание 0

Для реализации многофакторной регрессионной модели $R_{\max}=f(h_3, s_0, n)$ процесса минералокерамического выглаживания (сглаживающе-упрочняющий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - R_{\max} , был спланирован и поставлен эксперимент (220-250 НВ).

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений R_{\max} (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	S_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	100	0,1	650
Нижний (-1)	60	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg R_{\max})$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,253
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-0,082
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,063
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	0,090
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,184
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,035
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-0,017
8	1	1	1	1	1	1	1	1	0,123

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg R_{\max})$
1	-0,017
2	-0,008
3	-0,017
4	-0,017
5	-0,026
6	-0,026

Задание 1

Для реализации многофакторной регрессионной модели $Ra=f(h_3, s_0, n)$ процесса выглаживания термоупрочненной сталью (сглаживающий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - Ra , был спланирован и поставлен эксперимент (180-220 НВ) [2].

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений Ra (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	S_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	25	0,1	650
Нижний (-1)	10	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg Ra)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,854
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1,301
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,611
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,870
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,796
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1,187
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-0,569
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,824

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg Ra)$
1	-0,870
2	-0,886
3	-0,854
4	-0,854
5	-0,886
6	-0,870

Задание 2

Для реализации многофакторной регрессионной модели $Ra=f(h_3, s_0, n)$ процесса выглаживания термоупрочненной сталью (сглаживающе-упрочняющий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - Ra , был спланирован и поставлен эксперимент (180-220 НВ) [2].

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений Ra (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	S_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	100	0,1	650
Нижний (-1)	40	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg Ra)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1,222
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1,046
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1,097
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,870
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1,125
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,959
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1,022
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,810

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg Ra)$
1	-0,979
2	-0,979
3	-1,000
4	-0,979
5	-1,000
6	-0,979

Задание 3

Для реализации многофакторной регрессионной модели $H_\mu = f(h_3, s_0, n)$ процесса выглаживания термоупрочненной сталью (сглаживающе-упрочняющий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и микротвердостью поверхности - H_μ , был спланирован и поставлен эксперимент (180-220 НВ) [2].

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений H_μ (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	s_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	100	0,1	650
Нижний (-1)	40	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg H_\mu)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	3,480
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	3,602
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	3,447
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	3,509
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	3,474
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	3,598
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	3,441
8	1	1	1	1	1	1	1	1	3,504

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg H_\mu)$
1	3,511
2	3,511
3	3,512
4	3,511
5	3,511
6	3,511

Задание 4

Для реализации многофакторной регрессионной модели $Ra=f(h_3, s_0, n)$ процесса минералокерамического выглаживания (сглаживающе-упрочняющий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - Ra , был спланирован и поставлен эксперимент (220-250 НВ) [2].

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений Ra (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	S_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	100	0,1	650
Нижний (-1)	60	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg Ra)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,839
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-0,668
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,648
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,495
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,770
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,620
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-0,602
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,462

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg Ra)$
1	-0,602
2	-0,593
3	-0,602
4	-0,602
5	-0,611
6	-0,611

Задание 5

Для реализации многофакторной регрессионной модели $Ra=f(h_3, s_0, n)$ процесса минералокерамического выглаживания (сглаживающий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - Ra , был спланирован и поставлен эксперимент (220-250 НВ) [2].

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений Ra (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	S_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	40	0,1	650
Нижний (-1)	10	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg Ra)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,502
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-0,921
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,276
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,538
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,481
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,870
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-0,268
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,523

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg Ra)$
1	-0,553
2	-0,545
3	-0,545
4	-0,561
5	-0,561
6	-0,545

Задание 6

Для реализации многофакторной регрессионной модели $R_{\max} = f(h_3, s_0, n)$ процесса выглаживания термоупрочненной сталью (сглаживающий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - R_{\max} , был спланирован и поставлен эксперимент (180-220 НВ).

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений R_{\max} (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	s_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	25	0,1	650
Нижний (-1)	10	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg R_{\max})$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,269
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-0,717
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,026
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,285
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,211
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,602
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	0,016
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,239

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg R_{\max})$
1	-0,285
2	-0,301
3	-0,269
4	-0,269
5	-0,301
6	-0,285

Задание 7

Для реализации многофакторной регрессионной модели $R_p = f(h_z, s_0, n)$ процесса выглаживания термоупрочненной сталью (сглаживающий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_z), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - R_p , был спланирован и поставлен эксперимент (180-220 НВ).

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений R_p (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_z , мкм	s_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	25	0,1	650
Нижний (-1)	10	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg R_p)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,446
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-0,893
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,203
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,461
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,387
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,777
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-0,161
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,416

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg R_p)$
1	-0,461
2	-0,478
3	-0,446
4	-0,446
5	-0,478
6	-0,461

Задание 8

Для реализации многофакторной регрессионной модели $R_{\max} = f(h_3, s_0, n)$ процесса выглаживания термоупрочненной сталью (сглаживающе-упрочняющий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - R_{\max} , был спланирован и поставлен эксперимент (180-220 НВ).

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений R_{\max} (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_3 , мкм	s_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	100	0,1	650
Нижний (-1)	40	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg R_{\max})$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,636
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-0,461
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,511
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,285
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,541
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,374
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-0,438
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,225

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg R_{\max})$
1	-0,394
2	-0,394
3	-0,415
4	-0,394
5	-0,415
6	-0,394

Задание 9

Для реализации многофакторной регрессионной модели $R_p = f(h_z, s_0, n)$ процесса выглаживания термоупрочненной сталью (сглаживающе-упрочняющий режим), отражающей количественные связи между натягом (h_z), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n) и параметром шероховатости - R_p , был спланирован и поставлен эксперимент (180-220 НВ).

Была реализована реплика 2^3 . Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений R_p (в виде логарифма) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень фактора	Факторы		
	h_z , мкм	s_0 , мм/об	n , мин ⁻¹
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3
Верхний (1)	100	0,1	650
Нижний (-1)	40	0,05	150

Таблица 2

План эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$y(\lg R_p)$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-0,812
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-0,638
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-0,688
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-0,461
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-0,717
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-0,550
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-0,614
8	1	1	1	1	1	1	1	1	-0,401

Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$
(опыты на нулевом уровне)

Номер опыта	$y(\lg R_p)$
1	-0,570
2	-0,570
3	-0,592
4	-0,570
5	-0,592
6	-0,570

ПРИМЕР

Для реализации многофакторной регрессионной модели $Ra=f(h_3, s_0, n, Rau, Smu)$ процесса минералокерамического выглаживания, отражающей количественные связи между натягом (h_3), подачей (s_0), частотой вращения шпинделя (n), исходными параметрами качества поверхностного слоя Rau (среднее арифметическое отклонение профиля, исходное), Smu (средний шаг неровностей профиля, исходный) и параметром шероховатости - Ra , был спланирован и поставлен эксперимент, учитывающий результаты предварительных поисковых экспериментов.

На первом этапе исследования была реализована полуреплика 2^{5-1} с определяющим контрастом $1=x_1x_2x_3x_4x_5$. Интервалы варьирования принимались, исходя из реальных пределов колебания значений факторов, определенных в результате предварительных поисковых экспериментов.

Факторы, уровни и интервалы варьирования факторов приведены в таблице 1. Матрица плана эксперимента и результаты измерений Ra (мкм) представлены в таблице 2.

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования факторов					
Уровень фактора	Факторы				
	h_3 , мкм	S_0 , мм/об	n , мин ⁻¹	Rau , мкм	Smu , мкм
Кодированное обозначение	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Верхний (+)	75	0,14	630	3	27
Нижний (-)	25	0,07	200	1	18

Таблица 2

План эксперимента																	
№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_1x_5	x_2x_3	x_2x_4	x_2x_5	x_3x_4	x_3x_5	x_4x_5	$y (Ra)$
1	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	0,290
2	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	0,295
3	+	-	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	0,320
4	+	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	0,300
5	+	-	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	0,260
6	+	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	0,345
7	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	0,375
8	+	+	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	0,570
9	+	-	-	-	+	-	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	0,290
10	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	0,310
11	+	-	+	-	+	+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	0,665
12	+	+	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	0,635
13	+	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	0,570
14	+	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	0,485
15	+	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	0,415
16	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,375

Все формулы, используемые в этом примере, взяты из работы [1].

Коэффициенты уравнения регрессии определяем по формулам

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N y_j}{N}, \quad (1)$$

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} \cdot y_j}{N}, \quad (2)$$

$$b_{iu} = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} \cdot x_{uj} \cdot y_j}{N}, \quad (3)$$

где $i = 1..k$ – номер фактора, j – номер опыта (строки в матрице планирования), N – количество опытов.

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
0,4063	0,0081	0,0506	0,0181	0,0619	-0,0025
b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{23}	
0,0050	0,0113	-0,0250	-0,0794	-0,0413	
b_{24}	b_{25}	b_{34}	b_{35}	b_{45}	
0,0038	-0,0256	-0,0250	-0,0056	0,0144	

Дисперсию $s^2\{y\}$ определяем по шести параллельным опытам в центре плана, т.е. по результатам опытов, выполненных при нахождении факторов на основных уровнях (таблица 3, формула 4): $s^2\{y\}=0,00011$.

Таблица 3
Вспомогательная таблица для расчета дисперсии $s^2\{y\}$

Номер опыта	$y (Ra)$	$\langle y \rangle$	$y - \langle y \rangle$	$(y - \langle y \rangle)^2$
1	0,395	0,403	-0,008	0,000064
2	0,390		-0,013	0,000169
3	0,410		0,007	0,000049
4	0,395		-0,008	0,000064
5	0,415		0,012	0,000144
6	0,410		0,007	0,000049

$$s^2\{y\} = \frac{\sum_{u=1}^{n_0} (y_u - \langle y \rangle)^2}{n_0 - 1}, \quad (4)$$

где n_0 - число параллельных опытов в центре плана; y_u - значение функции отклика в u -м опыте; $\langle y \rangle$ - среднее арифметическое значение функции отклика в n_0 опытах.

Средняя квадратичная ошибка в определении коэффициентов уравнения регрессии для y оказалась следующей (формула 5):

$$S\{b_i\} = \sqrt{\frac{s^2\{y\}}{N}}. \quad (5)$$

$$S\{b_i\} = \sqrt{\frac{0,00011}{16}} = 0,0026.$$

Доверительный интервал для коэффициентов уравнения регрессии определяем по формуле 6 (табличное значение критерия Стьюдента при 5 % - м уровне значимости и числе опытов $n_0=6$: $t=2,57$):

$$\Delta b_i = \pm t \cdot S\{b_i\}, \quad (6)$$

где t – табличное значение критерия Стьюдента при числе опытов в центре плана - n_0 (приложение 1).

$$\Delta b_i = \pm 2,57 \cdot 0,0026 = \pm 0,0067.$$

В связи с тем, что коэффициенты $b_5, b_{12}, b_{24}, b_{35}$, по абсолютной величине меньше доверительного интервала, их можно признать статистически незначимыми и исключить из уравнения регрессии.

Разность $b_0 - \langle y \rangle = 0,0033$ по абсолютной величине меньше ошибки опыта $s\{y\} = 0,01$, следовательно, коэффициенты при квадратичных членах значительно не отличаются от нуля, поэтому исследуемая зависимость с достаточной точностью может быть аппроксимирована неполной квадратичной моделью и не требуется переходить к квадратичной модели (хотя наблюдается высокая значимость коэффициентов при парных взаимодействиях).

Для проверки адекватности уравнения регрессии вычисляем дисперсию $S^2_{ад}$ адекватности (при числе значимых коэффициентов уравнения регрессии $z=12$), по формуле 7:

$$S^2_{ад} = \frac{\sum_{j=1}^N y_j^2 - N \cdot \sum_{i=1}^z b_i^2}{N - (k + 1)}. \quad (7)$$

$$S^2_{ад} = 0,00012.$$

Адекватность уравнения регрессии проверяем по F -критерию. Находим расчетное значение F -критерия (формула 8):

$$F_p = \frac{S^2_{ад}}{s_y^2}. \quad (8)$$

$$F_p = \frac{0,00012}{0,00011} = 1,14.$$

Табличное значение F -критерия при 5 %-м уровне значимости (при большей дисперсии - $S^2_{ад}$ с числом степеней свободы $f=N-(k+1)=16-(5+1)=10$; меньшей дисперсии - $s^2\{y\}$ с числом степеней свободы $f=n_0-1=6-1=5$) равно, примерно, 4,74 (приложение 2), и т.к. $F_p < F$, то модель адекватна.

Приложение 1

Значения критерия Стьюдента (t -критерия) при уровне значимости $\alpha=0,05$ для различного числа опытов (n_0)

n_0	t	n_0	t
2	12,71	19	2,10
3	4,30	20	2,09
4	3,18	21	2,09
5	2,78	22	2,08
6	2,57	23	2,07
7	2,45	24	2,07
8	2,36	25	2,06
9	2,31	26	2,06
10	2,26	27	2,06
11	2,23	28	2,05
12	2,20	29	2,05
13	2,18	30	2,04
14	2,16	31	2,04
15	2,14	41	2,02
16	2,13	61	2,00
17	2,12	121	1,98
18	2,11	∞	1,96

Приложение 2

Значения критерия Фишера (F -критерия) при уровне значимости $\alpha=0,05$

Число степеней свободы для меньшей дисперсии \ Число степеней свободы дисперсии	1	2	3	4	5	6	8	12	16	24	50	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	246,5	249,0	251,8	254,3
2	19,51	19,0	19,6	19,24	19,30	19,33	19,37	19,41	19,43	19,45	19,47	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,69	8,64	8,58	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,84	5,77	5,70	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,60	4,53	4,44	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,92	3,84	3,75	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,49	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,20	3,12	3,03	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,98	2,90	2,80	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,82	2,74	2,64	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,70	2,61	2,50	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,60	2,50	2,40	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,51	2,42	2,32	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,44	2,35	2,24	2,18
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,39	2,29	2,18	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,33	2,24	2,13	2,01
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,18	2,08	1,96	1,84
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,99	1,89	1,76	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,90	1,79	1,66	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,85	1,74	1,60	1,44
100	3,94	3,09	2,60	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,75	1,63	1,48	1,28
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,64	1,52	1,35	1,00

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов. – М.: Машиностроение, 1981. – 184 с.
2. Марфицын В.В. Обеспечение параметров качества наружных поверхностей цилиндрических деталей при выглаживании инструментами из минералокерамики и термостойких сталей. – Дис... канд. техн. наук. – Курган, 2000. – 146 с.